

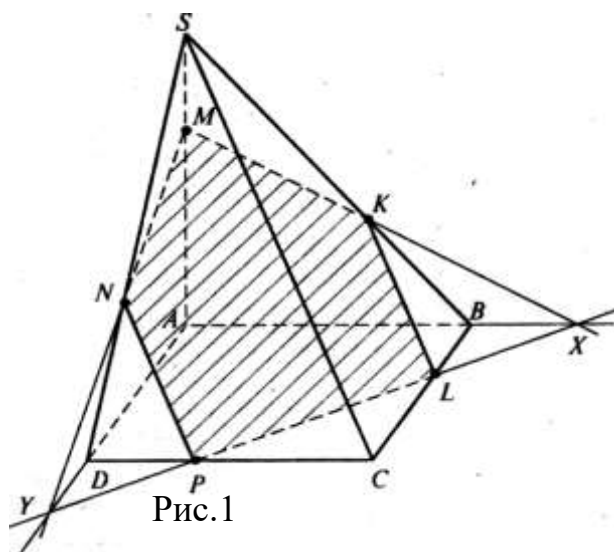
## Урок №81

Тема: Симметрия в кубе, параллелепипеде, призме, пирамиде

Срок сдачи работ до 27.01.2024

## Теоретическая часть:

**Задача 1.** Постройте сечение четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  плоскостью  $MNK$ , если  $M \in AS$ ,  $N \in SD$ ,  $K \in SB$ .

*Решение*

**Задача 2.** В правильной четырёхугольной пирамиде плоский угол при вершине равен  $\beta$ . Определить площадь боковой поверхности пирамиды, если радиус окружности, вписанной в боковую грань, равен  $r$ . Вычислить при  $\beta = 60^\circ$ ,  $r = 6$  см.

*План решения.*

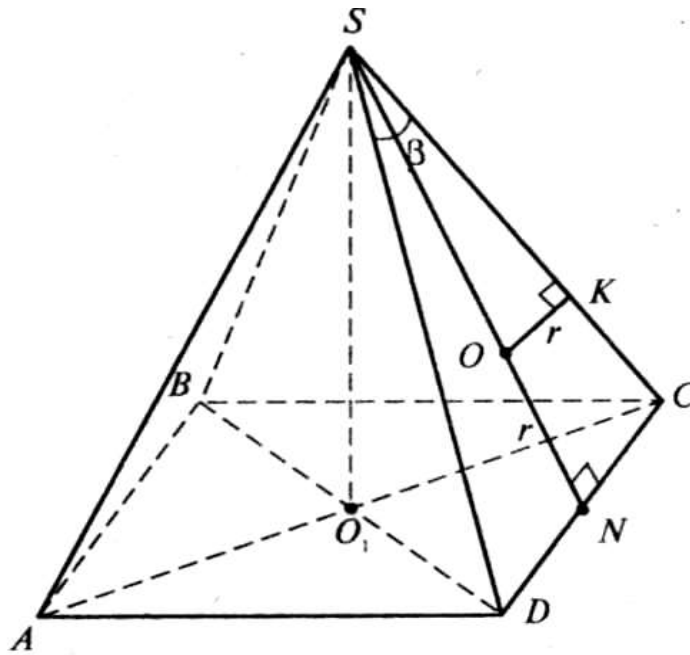


Рис. 2

$$1) S_{\text{бок.пов}} = 4S_{\Delta DSC} = 2SN \cdot CD.$$

$$2) \text{ Из } \Delta SOK: SO = \frac{r}{\sin \frac{\beta}{2}}.$$

$$3) SN = SO + ON = r \frac{1 + \sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\beta}{2}}.$$

$$4) \text{ Из } \Delta SDN: CD = 2r \frac{1 + \sin \frac{\beta}{2}}{\cos \frac{\beta}{2}}. \quad S_{\text{бок.пов}} = 8r^2 \frac{(1 + \sin \frac{\beta}{2})^2}{\sin \beta}; 432 \sqrt{3} \text{ см}^2.$$

$$\text{Ответ: } 8r^2 \frac{(1 + \sin \frac{\beta}{2})^2}{\sin \beta}; 432 \sqrt{3} \text{ см}^2.$$

**Задача 3.** В основании пирамиды лежит треугольник с углами  $\alpha$  и  $\beta$ . Радиус окружности, описанной вокруг основания, равен  $R$ . Все боковые

грани пирамиды образуют с основанием угол  $\gamma$ . Определить площадь полной поверхности пирамиды.

План решения.

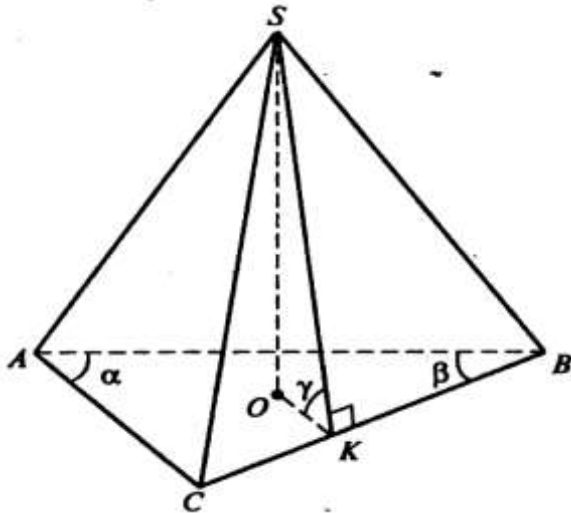


Рис.3

$$1) S_{\text{пол.пов.}} = S_{\text{бок.пов.}} + S_{\Delta ABC} = \frac{S_{\Delta ABC}}{\cos \gamma} + S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABC} \left(1 + \frac{1}{\cos \gamma}\right)$$

2) По теореме синусов

$$BC = 2R \sin \alpha, \quad AC = 2R \sin \beta.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin \angle C = R^2 \sin \alpha \sin \beta \sin(\alpha + \beta)$$

$$\text{Ответ: } \frac{4R^2 \sin \alpha \sin \beta \sin(\alpha + \beta) \cos^2 \frac{\gamma}{2}}{\cos \gamma}.$$

**Задача 4.** Стороны оснований правильной треугольной пирамиды относятся как 1:2, высота пирамиды равна 3 см, боковое ребро образует с большим основанием пирамиды угол  $45^\circ$ . Найти площадь полной поверхности пирамиды.

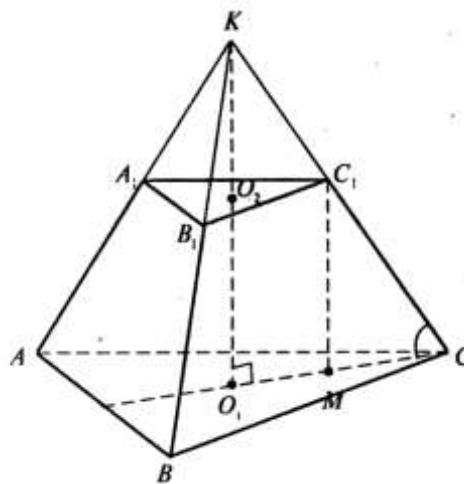


Рис. 4

План решения.

$$1) S_{\text{пол.пов.}} = S_{\text{бок.пов.}} + S_{\Delta ABC} + S_{\Delta A_1B_1C_1} .$$

2) Рассмотрим правильную треугольную пирамиду  $KABC$ , из которой образована усечённая пирамида  $ABCA_1B_1C_1$ . Так как  $B_1C_1 : BC = 1:2$  и

$$O_1 O_2 = 3 \text{ см, то } KO_1 = 6 \text{ см.}$$

Из треугольника  $KO_1C$  :  $O_1C = 6 \text{ см, } KC = 6\sqrt{2} \text{ см.}$

Так как  $BC = 6\sqrt{3} \text{ см}$  (находим сторону правильного треугольника, зная радиус описанной окружности), то

$$S_{\Delta ABC} = 27\sqrt{3} \text{ см}^2 \text{ и } S_{\Delta A_1B_1C_1} = \frac{27\sqrt{3}}{4} \text{ см}^2.$$

3) Высоту равнобедренной трапеции  $BB_1C_1C$  найти несложно, поскольку знаем все её стороны

$$S_{BB_1C_1C} = \frac{3\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3\sqrt{5}}{2} = \frac{27\sqrt{15}}{4} .$$

$$\text{Ответ: } \frac{27\sqrt{15}}{4} (\sqrt{5} + 3) \text{ см}^2 .$$

**Домашнее задание:**

Разобрать решение предложенных задач в тетради